

C8 マイクロコントローラによるフィードバック制御

C8.1 はじめに

C7では、自律エージェントを実現するプログラム構造を学び、チャレンジテーマ・マシンを例にサンプル・プログラムをもとに実習した。そこで実現した内容は、あらかじめ与えた手順で行動するシーケンス制御といえる。しかし、タイマ割り込み同期プログラムの枠組みを使えば、制御結果を実時間で観測し、それに基づいて動作するフィードバック制御も実現できる。今回はその例として、DCモータの位置（角度）制御を取り上げる。特に、そのPID制御の原理について学び、実際に制御器をマイクロコントローラで実現してみよう。

今日の目標

1. PID制御の原理を理解し、周波数応答法などフィードバック制御の基礎理論の適用を実地に体験する。
2. PID制御を近似的にマイクロコントローラで実現するプログラムを書けるようになる。
3. DCモータの位置制御に関して、デジタル実装の場合のPIDパラメータの決定法を理解し、実体験する。

C8.2 DCモータPID位置制御系

知識 C8.1 PID制御

PID制御は、制御偏差（もしくは制御量）とその時間微分、時間積分をフィードバック量に用いる古典的な制御法である。制御要素の役割が直感的で、3つのパラメータの調整だけでかなりの範囲の対象が制御できるため、産業応用を中心に依然としてもっとも多く使われている。

PID制御は、対象のモデルが不確実なときに実験的に補償器のパラメータを決定できるところに特徴がある。しかしここでは、比較的明確にモデル化できるDCモータ駆動系を制御対象とすることによって、まず制御系としての性質を理論的に解析・理解した上で、実験によるパラメータ決定を体験しよう。これにより、PID制御の概念を理解すると同時に、フィードバック制御の基礎理論（特に伝達関数や周波数応答）がどう使えるかを実感することが目的である。

原理 C8.1 DCモータPID位置制御系のモデル

DC モータ駆動系の伝達関数 E6 で学んだように, DC モータ駆動系を電圧駆動, 位置 (角度) 出力としてもっとも単純にモデル化すると, 伝達関数

$$P_M(s) \triangleq \frac{K_M}{s(sJ_M + D_M)} \quad (\text{C8.1})$$

で表わせる.

PID 位置制御系 これに対して, 今回扱う DC モータの PID 位置制御系の構成を図 C8.1 に示す. y が出力軸角度 (制御量), y_r がその目標値, e が制御偏差, u が電機子電圧 (操作量) である. PID 制御器の構成は, 対象や用途によって異なるが, ここでは制御偏差に対して PI 並列補償, 制御量に対して D 補償としている. これは, 目標値を変化させたときに D 補償の出力が大きくなるのを避けるためと, 各補償要素の働きを分かりやすくするためである. 以下では, 要素ごとにその働きを見ることによって, この制御系の性質を確認しよう.

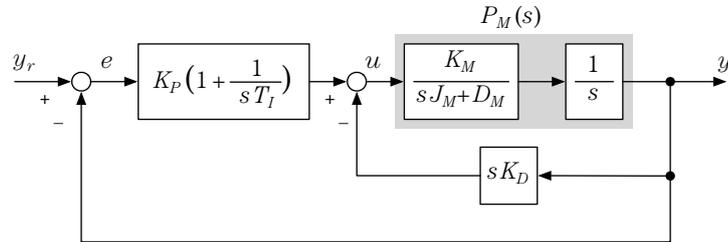


図 C8.1: DC モータ PID 位置制御系

C8.3 PID 補償器の効果とパラメータ決定法

原理 C8.2 DC モータ PID 位置制御系における各補償パラメータの効果

微分ゲイン K_D の効果 まず, 図 C8.1 の制御系において, 式 (C8.1) で与えられる制御対象 $P_D(s)$ に微分補償だけを施した部分に注目する. その構造は図 C8.2 のとおりになるから, この部分をまとめた伝達関数は,

$$P_D(s) \triangleq \frac{K}{s(sT + 1)} \quad (\text{C8.2})$$

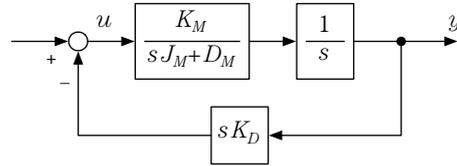
$$K \triangleq \frac{K_M}{D_M + K_M K_D}, \quad T \triangleq \frac{J_M}{D_M + K_M K_D} \quad (\text{C8.3})$$

と書ける. $P_D(s)$ は, 図 C8.1 において等価的に PI 補償器 $K_P \left(1 + \frac{1}{sT_I}\right)$ の制御対象と見ることができる. これにより, もとの DC モータ駆動系 $P_M(s)$ に

C8.3. PID 補償器の効果とパラメータ決定法

3

対して、折れ点 $1/T$ をパラメータ K_D によって調整できることが分かる。あとで見ると、 $1/T$ を大きくするほど最終的な制御帯域を広くとれる。なお、ゲイン K はあとで K_P によってキャンセルできるので、この段階では気にしなくてよい。

図 C8.2: PI 制御の等価制御対象 (K_D の効果)

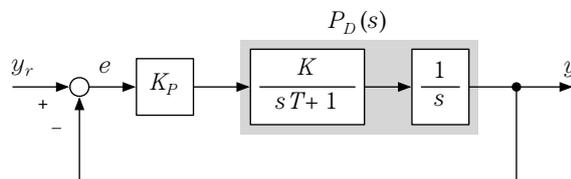
比例ゲイン K_P の効果 次に、比例要素 K_P を加えると、 $P_D(s)$ に対する偏差フィードバック制御系となる (図 C8.3 参照)。このとき、目標値 y_r から制御量 y までの閉ループ伝達関数 (相補感度関数) は、

$$H_P(s) \triangleq \frac{K K_P / T}{s^2 + s/T + K K_P / T} \quad (\text{C8.4})$$

となる。これは 2 次系で、その固有角周波数、減衰係数は、

$$\omega_n \triangleq \sqrt{\frac{K K_P}{T}}, \quad \zeta \triangleq \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{K K_P T}} \quad (\text{C8.5})$$

となっている。したがって、 $1/T$ を固定するとき、 K_P を増すほど制御帯域が広がるが、減衰係数が小さくなるので応答が振動的になる。後者の方が影響が顕著なので、制御帯域は $1/T$ を大きくすることによって稼ぎ、 K_P は減衰係数に注目して決める。

図 C8.3: PD 制御系 (K_P の効果)

積分時間 T_I の効果 さらに積分補償を加えて図 C8.1 の構成にする。上記のことから、この系は図 C8.4 参照と等価だから、この偏差 $e(t)$ の経路を開いた開ループ一巡伝達関数は、

$$L_{PID}(s) \triangleq K K_P \frac{s + \frac{1}{T_I}}{s^2 (sT + 1)} \quad (\text{C8.6})$$

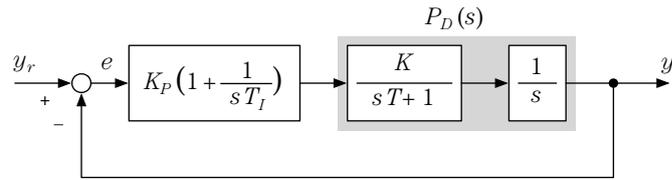


図 C8.4: PID 制御系の等価ブロック線図

である。

この伝達関数のゲイン線図は、図 C8.5 のように折れ線近似できる。図より、積分補償には開ループ伝達関数の低域のゲインを増し、トルク外乱などに対して定常偏差を抑える効果が期待できる。 $L_{PID}(s)$ の低域側の折れ点周波数（零点由来）が $1/T_I$ [rad/s] なので、 K_D 、 K_P を固定すると T_I が小さいほど低域の補償効果が大きい。なお、 $1/T_I \ll 1/T$ であれば、先に決定している K_D 、 K_P の効果にはほとんど影響を及ぼさない。

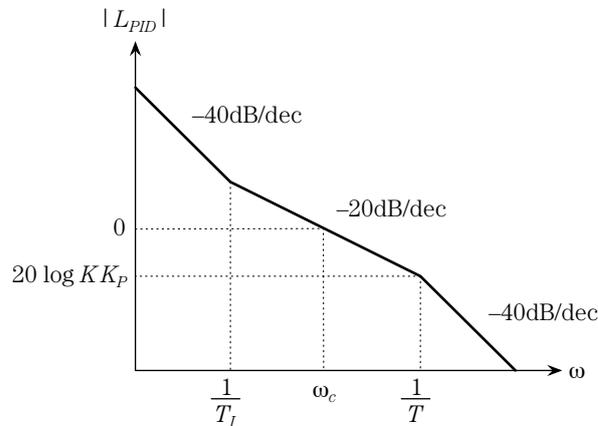


図 C8.5: PID 位置制御系の開ループ一巡周波数応答（ゲイン線図）

開ループ一巡周波数応答 以上をまとめると、図 C8.1 の制御系におけるパラメータ調整の考え方は次のとおり。まず、位相余裕を考慮すると、図 C8.5 で傾きが -20dB/dec の範囲にゲインクロスオーバー周波数を置く必要がある。すなわち、 $1/T > \omega_c > 1/T_I$ である、また、定常偏差抑制の観点からは $1/T_I$ を、制御帯域の観点からは ω_c を、いずれもできるだけ大きくすることが望ましい。しかし、 ω_c を $1/T$ に近づけると応答が振動的になる。これらを踏まえて、実際の手順としては、 $1/T$ 、 ω_c 、 $1/T_I$ の順に、それぞれ、パラメータ K_D 、 K_P 、 T_I を調整して決定する。

原理 C8.3 PID パラメータの決定法

以上より，図 C8.1 の PID 制御系のパラメータは，次のように実験によって決定できる．

K_D の決定 まず，図 C8.6 に示す構成で，位置検出値にステップ状ノイズ y_n を加えて応答を観測し， K_D を調整する．このとき， y_n から y への伝達関数は，

$$-\frac{K_M K_D}{D_M + K_M K_D} \frac{1}{sT + 1} \quad (\text{C8.7})$$

となる．すなわち，1次遅れ系である．しかし，現実の実験装置では， K_D を大きくすると応答が振動的になるなど，線形1次遅れ系とは異なるふるまいを見せるようになる．そうならない範囲で，折れ点周波数 $1/T$ が十分高くなるように（すなわち，ステップ応答の時定数が小さくなるように） K_D を調整する．ただし，図 C8.6 のままでは微分フィードバックだけのため，出力軸の角度が一定に定まらずドリフトする恐れがある．その場合には，ドリフトが抑えられる程度の微小な K_P ($\ll K_D/T$) を付加するか，操作量 u に微小な直流信号を加えて調整する．なお，今回のようにデジタル演算装置で制御演算を実装する場合には，制御周期（サンプリング周期） τ に対して， $1/T < \pi/\tau$ とする必要がある．

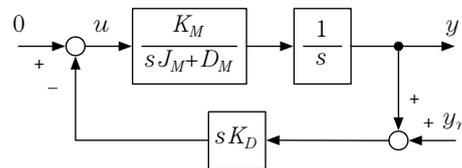


図 C8.6: K_D 決定のための実験系

K_P の決定 K_D を前項で得た値に固定して，図 C8.7 の構成で目標値 y_r から y へのステップ応答を観測しながら，望ましい応答になるように K_P を調整する．ただし，位相余裕の観点から，開ループゲインクロスオーバー周波数が $\omega_c < 1/T$ となるように $K K_P < 1$ とする．

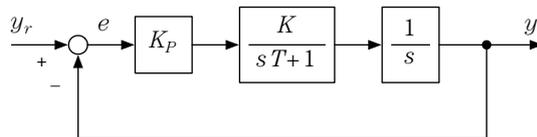
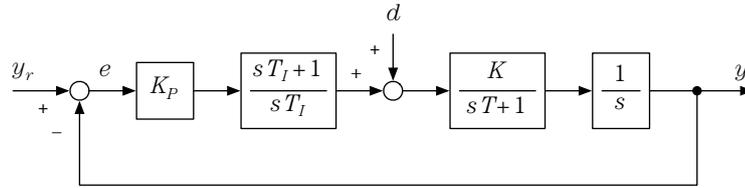


図 C8.7: K_P 決定のための実験系

K_I の決定 K_D , K_P を以上で決めた値に固定して，図 C8.8 に示す構成で外乱 d に対するステップ応答を観測しながら，その挙動と定常偏差が望ましくなるように K_I を調整する．ただし， $1/T_I \ll 1/T$ が必要．

図 C8.8: K_I 決定のための実験系

C8.4 マイクロコントローラによるPID制御器の実現

原理 C8.4 PID 補償器のデジタル近似実現

図 C8.1 の PID 制御要素を近似的にプログラムで実現しよう。それには、構成する各演算要素を、マイクロコントローラが一定周期でサンプリングするデータを用いて、近似計算する。具体的な計算式は以下に示すようになる。これらの演算は、C7 で学んだタイマ割り込み同期構造の中の、行動計算として実装すればよい。なお、今回は制御量 y はポテンシヨの出力電圧を AD 変換して得るので、実際には出力軸角度からその AD 変換後の値：サンプル値へ、スケールを換算する必要がある。また、操作量 u は PWM 出力として実現するので、デューティ比から換算した平均電圧で近似して扱う。

比例要素 まず、比例要素は制御偏差 $e(t)$ に比例した成分を出力する。

$$u_P(t) = K_P e(t), \quad e(t) \triangleq y_r(t) - y(t) \quad (\text{C8.8})$$

これを、AD 変換によるサンプル値で近似するには、

$$u_P[k+1] = K_P e[k], \quad e[k] \triangleq y_r[k] - y[k] \quad (\text{C8.9})$$

とすればよい。ただし、 $[k]$ は「現在」の変数値を、 $[k+1]$ は次のタイマ割り込みの際に出力すべき変数の値を意味する（以下同様）。

微分要素 次に、微分要素は時間微分をもとに、

$$u_D(t) = -K_D \frac{d}{dt} y(t) \quad (\text{C8.10})$$

を出力する演算要素である。時間微分のもっとも単純な近似は、サンプル値 $y[k]$ の 1 サンプル前との差：差分をその間の時間、すなわち、サンプリング周期 (C7 のプログラム構造ではタイマ割り込み周期) τ で割ることである。したがって、

$$u_D[k+1] = -\frac{K_D}{\tau} (y[k] - y[k-1]) \quad (\text{C8.11})$$

を近似要素とする。

C8.5. マイクロコントローラによる DC モータの PID 位置制御

7

積分要素 積分要素の機能は、

$$u_I(t) = \frac{K_P}{T_I} \int_0^t e(t) dt \quad (\text{C8.12})$$

である。サンプル値を使ってこれを近似するひとつの方法として、

$$u_I[k+1] = u_I[k] + K_P \frac{\tau}{T_I} e[k] \quad (\text{C8.13})$$

を用いることができる。これはたとえば、図 C8.9 で灰色部分の面積を破線のように区分求積によって近似することに相当する。

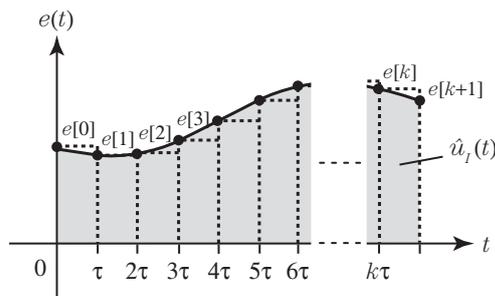


図 C8.9: 近似積分の原理

PID 制御則 以上を合わせて、最終的な操作量は

$$u[k+1] = u_P[k+1] + u_I[k+1] + u_D[k+1] \quad (\text{C8.14})$$

となる。

C8.5 マイクロコントローラによる DC モータの PID 位置制御

今回は以下の実習を行なう。ここでは概要だけを述べるので、詳細は実験指導者の指示と補助資料を参照すること。

実習 C8.1 実験による PID パラメータ決定

別途指示するサンプルプログラムを実装し、次の設定で、 K_D , K_P , T_I の順に、実験を行ないながらパラメータを決定する：

- モータドライブ PWM 周波数 $T_{PWM} \approx 4[\text{ms}]$,
- サンプリング周期 $\tau = 20[\text{ms}]$.

実習 C8.2 PID 制御実験

決定した K_D , K_P , T_I に対して次の設定で入出力応答実験を行ない、特に、サンプリング周期による制御性能の違いを検討する：

1. サンプリング周期 $\tau = 4[\text{ms}]$.
2. サンプリング周期 $\tau = 20[\text{ms}]$.
3. サンプリング周期 $\tau = 100[\text{ms}]$.

実習 C8.3 各自のマシンのプログラム開発

チャレンジテーマ・マシンのプログラム開発に必要と思われる処理の実装方法の例を、別資料により紹介する。残った時間は、これを参考に自分のプログラムの開発を進める。プログラム開発に利用できる時間は、今日を除くと S7-9 のうち正味 2 回分だけである。

C8.6 まとめ

今回の主な内容を整理すると以下のとおり。

1. DC モータの位置制御を例に、PID 制御器の各補償要素の働きを理論的に調べた。
2. DC モータの PID 位置制御系について、各補償器の決定方法を学んだ。
3. C7 のタイマ割り込み同期型制御プログラムの枠組みで、デジタル演算で近似的に PID 制御器を実現する方法を学んだ。
4. サンプルプログラムを利用して、実際にマイクロコントローラによる DC モータの PID 位置制御系を構成し、実験によってパラメータ決定を行った。
5. 設計した DC モータの PID 位置制御系を運転し、特にサンプリング周期による特性の違いを体験した。

ちなみに、ここで学んだ方法を応用することにより、有限次数の線形微分方程式で表わされる任意の制御器を、プログラムによって実装できる。より高度な制御系の設計については 3 年次前期の講義科目「現代制御論」で、それに対応した制御系の実装については同じく 3 年次前期の実習科目「制御システム工学ラボ研修」で学ぶ。また、サンプリング周期の影響などデジタル実現した制御系の性質については、3 年次後期の講義科目「デジタル制御」で扱う。